

الخميس 22/10/2015

④ تعريف تجزئة $[a, b]$

تعريف: تجزئة فترة $[a, b]$ هي مجموعة النقاط

$$P_{[a, b]} = \{a = x_0, x_1, \dots, x_{n-1}, x_n = b\}$$

حيث x_k متزايدة

$$a = x_0 < x_1 < \dots < x_{n-1} < x_n = b$$

$$2 \leq k \leq n \quad x_k \in [a, b]$$

أي أنها تتألف من زيادة من النقاط وهي متناهية تجزئة للفترة $[a, b]$ أو نكتب اختصاراً:

$$P = \{a = x_0, x_1, \dots, x_n = b\}$$

- نلاحظ أن جميع تجزئات الفترة المملوءة والمحدودة $[a, b]$ ببنية أشكال مختلفة لأنه يوجد أكثر من تجزئة للفترة. ونسأل أنفسنا: هل التجزئة ليست مريدة. وهذا يعني أننا نحصل على أسرة من التجزئات لهذه الفترة والتي نرمز لها عادةً بـ $\mathcal{P}_{[a, b]}$ وهي أسرة كل التجزئات الممكنة للفترة المملوءة $[a, b]$.
مثال:

فكبر لدينا الفترة $[0, 1]$ يمكننا الحصول على عدة تجزئات بالشكل:

$$P_1 = \{0, \frac{1}{2}, 1\}$$

$$P_2 = \{0, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, 1\}$$

تعريف نظم التجزئة:

نسمي العدد $\|x\|$ نظم x أو $\lambda(P)$ نظم التجزئة P للفترة $[a, b]$ رتبة

$$\lambda(P) = \|P\| = \max_{1 \leq k \leq n} \{x_k - x_{k-1}\}$$

مثلاً رتبة P_1 هي 2 ورتبة P_2 هي 4.

تعريف الدالة ذات المتغيرات المحدودة:

لنكن f دالة معرفة بالشكل: $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ أي معرفة على فترة مملوءة ومحدودة ومضغوطة.

$$P = \{a = x_0, x_1, \dots, x_{n-1}, x_n = b\}$$

تجزئة للفترة $[a, b]$

نشكل بنية المجموع:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = 1$$

$$v(f; P) = \sum_{k=1}^n |f(x_k) - f(x_{k-1})| \quad (L)$$

فحينئذ يتم الزكاة عند تقاضى القيمة
وهو أصل كل قيمة للفترة [طاه] بعبارة الحصول على مجموع هذه هذه القليل
وبالتالي يكون لهؤلاء أسوة مع المداير مع المداير كمال القيمة ثابتة
لـ [طاه] أو أيضا يحصل على جملة هذه المداير.

$$\{ \nu(f; P) : \forall P \in P_{[a, b]} \} \quad (2)$$

2. إذا كان المجهول x أو y أساً للمباين (2) محدوداً أو محدوداً أين يوجد ثابت

$$v(f; p) \leq n$$
 : Wahrscheinlichkeit für eine $n > 0$ Geier

(ایہ صلا الجود محدود) آیا ثابت $P_{[n,1]}$ ہے

فانما نقول عنه في هذه المرات ١٢ ذاتة لغيره محدودة لا اعتباره [٥، ٦].

من هذه المات نسيب الحد الاول الاخير في هذه الدورة بالحق الكلي للذات ٩

على البعد $[a, b]$ ونرمز $v(p; \{a, b\})$ أو $v(p)$

وعنه ما حكته التمهيد الكلى بالتحريف بعد

تعريف الكلي بالتمثيل هو:

$$V_a^b(f) = \sup \{ v(f; P) ; P \in \mathcal{R}_{[a, b]} \}.$$

أما إذا كانت المجهولة ⑦ غير محدودة فانتقلوا به الدالة أنها ليست ذات تغيرات

محمود، قال: لقد تم [4,6] وفي هذه الحالة يكون المنهج الكلاسيكي:

$$\bigvee_a (f) = +\infty$$

214

مدرسته رضاعه ايكه ايه رسول امدان ذات تغيرات محدوده بدو هم محدوده القندر

أحياناً منكسباً أمضاهم : ف.م.م. وضرر لصف الدرال ف.م.م. على [a, b] بالرمز :

$f \in BV[a, b]$ متتابعه. $f \in Br[a, b]$

⑤ مع التعريف يتبع أنه إذا كانت $q \geq 2$ $[a, b]$ فان كل عدد من حدودها لا

تجاوز المعيار $v(p; p) = v(p)$ و p هذا التعريف ينتج عنه تعريف

الدرجہ اولیٰ الاصلہ سے (انہما بعد اعلیٰ مقام پر رہا)۔

(3) متجه لا كاسف الالهة المعرفة بالافق في حدود مثل $[0, \infty)$ في فضاء

μ زيت بم علامة الفترة اذا كانت ذات μ والفترة المفتت $[a, A]$ مريم

ثالثاً: K لا يتغير A حيث يتغير α لكي للزوجة β يكون β الشكل.

$$V_a^{\infty}(f) = \sup_{A > a} V_a^b(f) = \lim_{A \rightarrow \infty} V_a^A(f).$$

و يوجد صائبة صالحة للتعامل مع الفترات $]-\infty, b[$, $], -\infty, \infty[$

$$\sup_{\substack{A > a \\ B \leq b}} V_A^B(f)$$

(4) إذا كانت $a > b$ نلاحظ:

$$V_a^b(f) = -V_b^a(f).$$

مثال:

$$f(x) = x^2 + 1$$

بإستخدام التعريف نأشتر فيما إذا كانت الدالة
على الفترة $[0, 4]$ ذات ب.م معاهدتها التاملي.

الحل: لدينا: $f: [0, 4] \rightarrow \mathbb{R}$

ولتكن P تقسمة للفترة $[0, 4]$ بالتساوي:

$$P = P[0, 4] = \{0 = x_0, x_1, \dots, x_{n-1}, x_n = \underset{\downarrow}{b} \underset{n}\}$$

منه اختياريته كقيمة عشرية ولبنين أثره المجموع الموانعه هذه الفترة

الاختياريته تفصيل على:

$$V(f; P) = \sum_{k=1}^n |f(x_k) - f(x_{k-1})|$$

$$= \sum_{k=1}^n |x_k^2 + 1 - x_{k-1}^2 + 1|$$

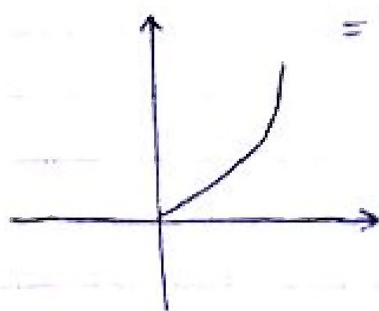
$$= \sum_{k=1}^n (x_k^2 - x_{k-1}^2)$$

$$= x_n^2 - x_0^2 = 16 - 0 = 16.$$

مجموعه P اختياريته نالمجموع $V(f; P)$

محدد والدالة ذات ب.م على الفترة $[0, 4]$ و

تغيرها التاملي:



$$\int_0^4 (x^2 + 1) = \sup \{16\} = 16 > 0$$

ملاحظة:

الدالة المفروضة مستمرة وليست د.م (لا أننا سنواجه دوال مستمرة وليست د.م)
على فترات محددة كـ $[a, b]$.

مثال ٤:

ببعضها افان كانت الدالة f المفروضة بالصورة:

$$f = \begin{cases} x \cos \frac{\pi}{2x} & \text{ذ } 0 < x \leq 1 \\ 0 & \text{ذ } x = 0 \end{cases}$$

د.م؟ أم لا، والمفترة $[0, 1]$ ، مع التعليل.

حلا خطا:

المحيرة: $v(f, P)$ لـ P يعتبر أولينا من عند ضامته تقاطر جديدة للفترة

حيث لو أضفنا النقطة $+$ بين النقطتين x_{k-1} و x_k فإن:

$|f(x_k) - f(x_{k-1})|$ هو مجموع ∞ السابق يسبق بالشكل:

$$|f(x_k) - f(x_{k-1})| \leq |f(x_k) - f(+)| +$$

$$|f(+)-f(x_{k-1})|.$$

2] إذا كانت P_1, P_2 تقسيمات للفترة $[a, b]$ وكانت P_2 أدوم P_1 ثم
أدومى كبقية نهاية التغير المراضه لـ $P_1 \geq$ التغير المراضه لـ P_2 .

$$v(f, P_1) \leq v(f, P_2)$$